

理论部分

计算模型

- ① 图灵机、Lambda演算、以及Gödel的一般递归函数（本课程没有涉及）都是刻画了人类能行计算的模型，他们是等价的，因为其实他们都指向了同一类函数（可计算函数）。
- ② 该等价性被Church, Kleene, Rosser和Turing证明

一个彩蛋

① 什么是Lambda演算的“停机问题”？

② 判断一个Lambda表达式有没有 β -范式。

简单的证明

• 让我们先给出一些标记：

$$• I \triangleq (\lambda x. x)$$

$$• \Omega \triangleq (\lambda x. xx)(\lambda x. xx)$$

• 显然， I 有 β -范式，而 Ω 没有 β -范式

简单的证明

● 假设存在一个高阶函数（组合子） h ，其以一个lambda表达式 f 为参数，即 $h f$ ，当 f 存在 β -范式时，输出为True，否则输出为False。

● 那么定义如下lambda项：

$$● P \triangleq \lambda x. h (x x) \Omega I$$

● 考察 $P P$

简单的证明

$$P P = (\lambda x. h (x x) \Omega I) P \rightarrow h (P P) \Omega I$$

• 如果 $h (P P)$ 返回为 `True` 的话，意味着 $P P$ 有 β -范式，但此时 $P P \rightarrow h (P P) \Omega I \rightarrow \Omega$ ，而 Ω 没有 β -范式，矛盾！

• 如果 $h (P P)$ 返回为 `False` 的话，意味着 $P P$ 没有 β -范式，但此时 $P P \rightarrow h (P P) \Omega I \rightarrow I$ ，而 I 有 β -范式，矛盾！

Any questions ?