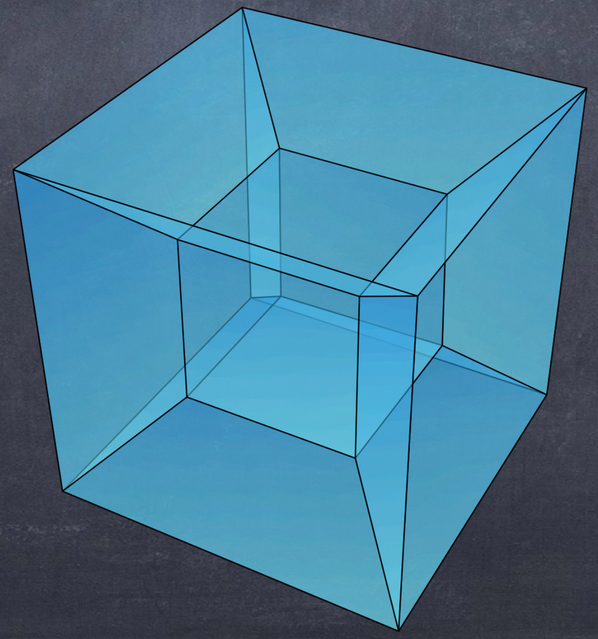
高阶函数

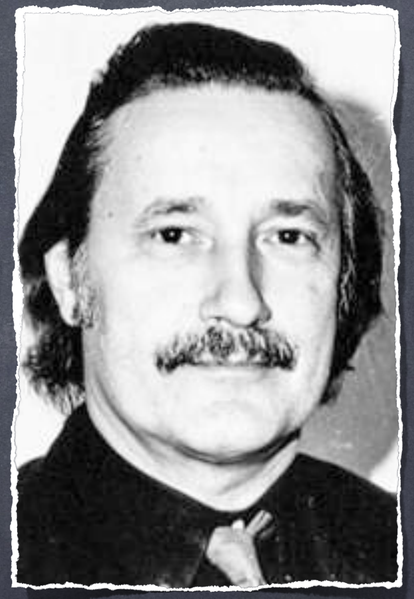


回顾

- 函数抽象（functional abstraction）
- 好的函数设计
- 控制语句

高阶（Higher order）函数

- 函数是"一等"（first-class）的，他们可以像值一样被操作
  - 一等公民就是一个程序实体，其可以支持所有其他程序实体可行的一般操作（如作为参数、作为返回值、被绑定到某个名字上）
  - 显然，在C语言里，函数不是一等公民
- 用好高阶函数可以让我们设计出更加好的函数（即良好的抽象层次、重复更少、泛化性更高）。



Christopher Strachey

高阶（Higher order）函数

- 一个高阶函数是：
  - 将函数作为实参的函数

    and / or

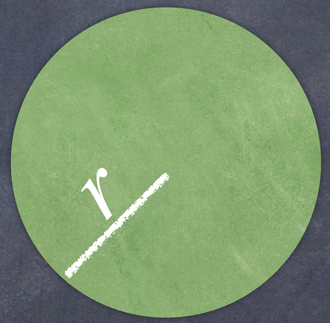
  - 其返回值是一个函数

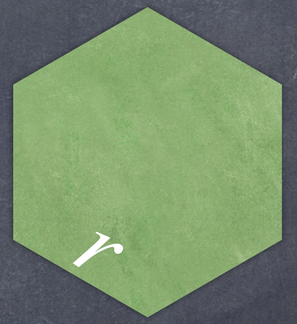
函数作为参数

- 让我们先回忆一下"值"作为参数的情况
  - 抽出共同的部分，剥离不同的部分作为参数

函数作为参数

- 规则的几何图形将长度和面积关联
- 图形





- 面积

$1 \times r^2$

$\pi \times r^2$

$\frac{3\sqrt{3}}{2} \times r^2$

找到共同的部分共享一个实现，不同部分作为参数

Demo

函数作为参数

共同部分、不同部分如果不是值，而是计算过程呢？

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{5} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225$$

$$\sum_{k=1}^{5} \frac{8}{(4k-3)*(4k-1)} = \frac{8}{3} + \frac{8}{35} + \frac{8}{99} + \frac{8}{195} + \frac{8}{323} = 3.04$$

Demo

Summation的例子

```
def cube(k):
    return pow(k, 3)
```

带有一个参数的函数

```
def summation(n, term):
    """Sum the first n terms of a sequence.

    >>> summation(5, cube)
    225
    """
    total, k = 0, 1
    while k <= n:
        total, k = total + term(k), k + 1
    return total
```

形参绑定到函数上

cube函数作为实参

0 + 1 + 8 + 27 + 64= 125

被term所绑定的函数在这里调用

函数作为返回值

本地（Locally）定义的函数

定义在其它函数内的函数被绑定在一个本地的帧中

返回值为一个函数的函数

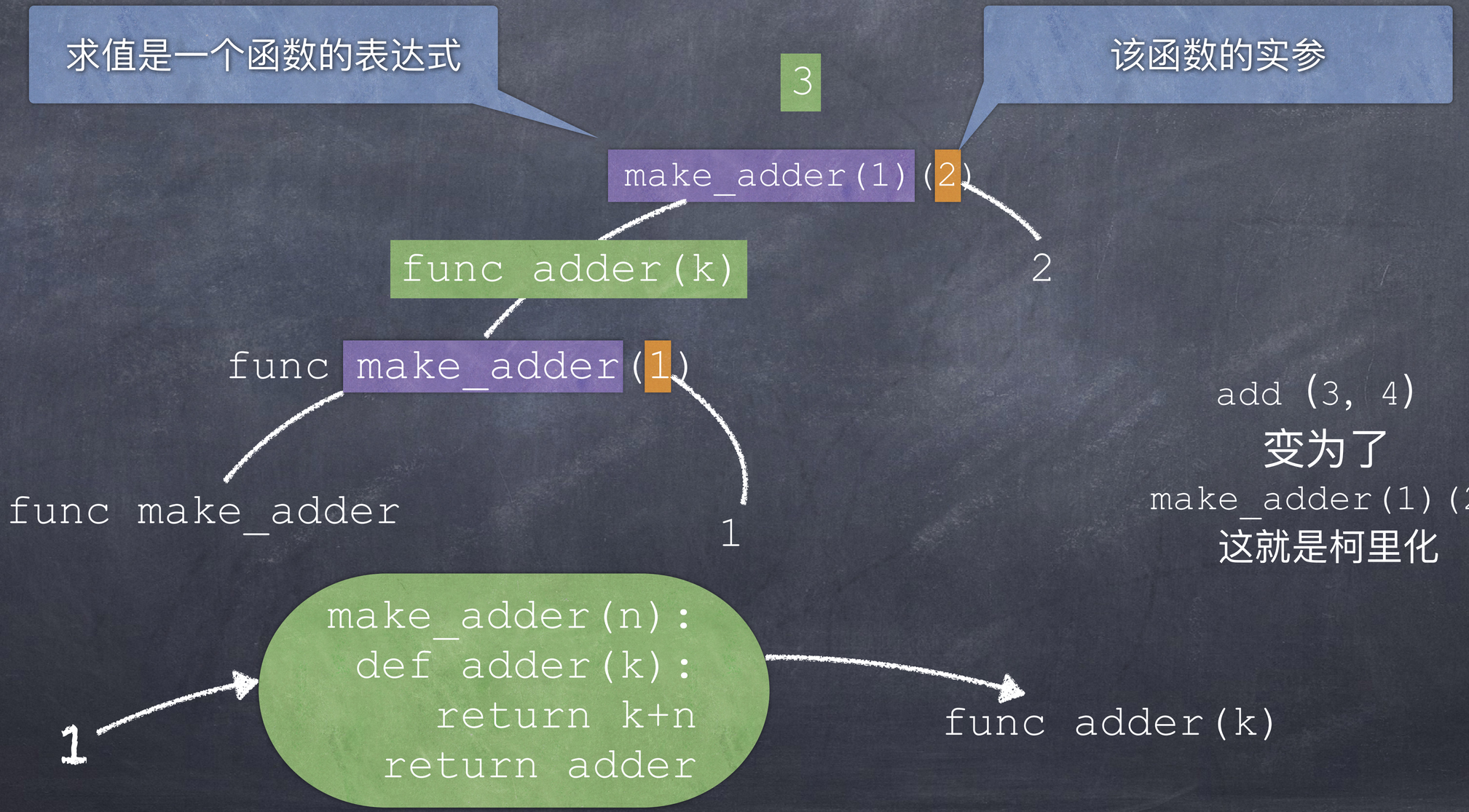
```
def make_adder(n):
    """Return a function that takes one argument k and returns k + n.

    >>> add_three = make_adder(3)
    >>> add_three(4)
    7
    """
    def adder(k):
        return k + n
    return adder
```

add_three 名被绑定在一个函数上

在一个def复合语句中的def复合语句

可以索引到enclosing函数里的名字 - 闭包

调用表达式作为运算表达式



例子

```
def make_adder(n):
    """Return a function that takes one argument k and returns k + n.

    >>> add_three = make_adder(3)
    >>> add_three(4)

    """
    def adder(k):
        return k + n
    return adder

def square(x):
    return x * x

def compose(f, g):
    def h(x):
        return f(g(x))
    return h
```

```
compose(square, make_adder(2))(3)
```

例子

```
def print_sums(n):
    print(n)
    def next_sum(k):
        return print_sums(n + k)
    return next_sum

print_sums(1)(3)(5)
```

Any questions ?