数据抽象

回顾

- 函数的抽象
  - 将计算过程抽象出来
  - 一次定义，多次使用
  - 高阶函数
  - 递归

关于更好的编程

- 过程的抽象
- 数据的抽象

数据的抽象（Data Abstraction）

- 图灵机：
  - `111111 0 1111 0 111111 0 11`
- Lambda演算：
  - `Pair` $\triangleq \lambda x\,.\,\lambda y\,.\,\lambda f\,.\,f\ x\ y$，$\pi_0 \triangleq \lambda p\,.\,p$ True，$\pi_1 \triangleq \lambda p\,.\,p$ False
  - `Tuple` $\triangleq \lambda x_1\,.\,\lambda x_2\,.\,\ldots\lambda x_n\,.\,\lambda f\,.\,f\ M_1\ M_2 \ldots\ M_n$，$\pi_i \triangleq \lambda p\,.\,p\ (\lambda x_1\,.\,\lambda x_2\,.\,\ldots\,\lambda\,.\,x_n\,.\,x_i)$

数据的抽象

- 现实中，我们要处理的数据往往要比1，2，3，4，5 这样的简单数字要复杂的多。
- 这些数据往往都具有复合结构
  - 如「日期」："年"、"月"、"日"，「位置」："经度"、"纬度"
- 我们需要一种方式使得这些复合数据"粘合"起来，成为单个概念单元，然后我们处理这些复合数据就和普通类型的值一样。

类比函数抽象

- 函数抽象：我们使用抽象将函数的使用和实现分离，使得我们在使用函数时无需关心实现的细节。
- 数据抽象：将复合数据对象的表示和处理分离，使得我们在使用这些对象时，不必对数据的具体形式做过多的假设。

数据的抽象

- 关键思想：
  - 1. "模块化"（structure）程序使得其操作在"抽象"的数据上，而不是某种特定类型的数据。
  - 2. 具体的数据表示应该作为程序的独立部分（独立于对其使用的过程）。

有理数（Rational Numbers）例子

$$\frac{\text{numerator}}{\text{denominator}}$$

- 有理数可以用分数精确的表达
  - 其可以用两个整数表达
- 如果我们应用除法的规则得到一个浮点数，我们可能会失去这种精确的表达

Demo

保留有理数精度

- 因此，如果我们想保留这种精确的表达，那么我们就需要某种能够结合numerator 和 denominator 的表示方法。

抽象出表达

- 利用函数抽象的思想，我们可以先假定我们已经有了某种构造从numerator 和 denominator两个整数中构造有理数的方法（先不用管其实现）。
- 进一步假设，我们可以通过某种方法从一个给定的有理数得到其numerator 和 denominator。

抽象出表达

构造子（Constructor）

```
rational(n, d) # returns a rational number
```

选择子（Selectors）

```
numer(x) # returns the numerator of x
denom(x) # returns the denominator of x
```

处理有理数

- 有了这些抽象的"有理数"表达，我们即可对其操作（或者测试）
  - 比如，可以对有理数进行和普通数据类型一样的计算：

$$\frac{3}{2} * \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \quad \Rightarrow \quad \frac{nx}{dx} * \frac{ny}{dy} = \frac{nx * ny}{dx * dy}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{5} = \frac{21}{10} \quad \Rightarrow \quad \frac{nx}{dx} + \frac{ny}{dy} = \frac{nx * dy + ny * dx}{dx * dy}$$

有理数运算

```
def mul_rational(x, y):
    return rational(numer(x) * numer(y),
                    denom(x) * denom(y))
```

$$\frac{nx}{dx} * \frac{ny}{dy} = \frac{nx * ny}{dx * dy}$$

```
def add_rational(x, y):
    nx, dx = numer(x), denom(x)
    ny, dy = numer(y), denom(y)
    return rational(nx * dy + ny * dx, dx * dy)
```

$$\frac{nx}{dx} + \frac{ny}{dy} = \frac{nx * dy + ny * dx}{dx * dy}$$

这些函数给了有理数的抽象表示

```
rational(n, d) # returns a rational number
numer(x) # returns the numerator of x
denom(x) # returns the denominator of x
```

有理数运算

- 对有理数的其他的一些操作：

```
def print_rational(x):
    print(numer(x), '/', denom(x))
```

```
def rationals_are_equal(x, y):
    return numer(x) * denom(y) == numer(y) * denom(x)
```

有理数的表达

- 现在我们来对之前抽象的有理数的表达进行具体的实现
- 我们可以利用python内部（built-in）提供的列表（List）

Demo

有理数的表达

```
def rational(n, d):
    """A representation of the rational number N/D."""
    return [n, d]
```

Construct a list

```
def numer(x):
    """Return the numerator of rational number X."""
    return x[0]
```

Select item from a list

```
def denom(x):
    """Return the denominator of rational number X."""
    return x[1]
```

Select item from a list

Demo

不可再约分数（Irreducible fraction）形式

$$\frac{3}{2} * \frac{5}{3} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{15}{6} * \frac{1/3}{1/3} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{25}{50} * \frac{1/25}{1/25} = \frac{1}{2}$$

Greatest common divisor

```
from math import gcd

def rational(n, d):
    """A representation of the rational number N/D."""
    g = gcd(n, d) # Always has the sign of d
    return [n//g, d//g]
```

Demo

抽象界限（Abstraction Barriers）

- 抽象有层次之分
- 每一层次的抽象，应该明晰具体能够做的操作
- 层次分离了使用数据抽象的函数和实现数据抽象的函数。

抽象界限

程序中需要进行有理数的操作 | 将有理数视作 | 只能使用

使用有理数执行计算 | 整个数据的值 | add_rational, mul_rational, rationals_are_equal, print_rational

创造有理数，实现有理数的操作 | 分子和分母 | rational, numer, denom

实现有理数的构造子和选择子 | 含有两个元素的列表 | list, getitem

Python对列表的实现层

抽象界限

- 抽象界限的好处：它们使程序更易于维护和修改。
  - 依赖于特定的数据表示的部分越少，那么将来修改数据表示时产生的变动也就越少。

抽象界限的违背

没有使用构造子

如果改变有理数的表示，就需要做很多的修改

```
add_rational( [1, 2], [1, 4] )

def divide_rational(x, y):
    return [ x[0] * y[1], x[1] * y[0] ]
```

没有使用选择子

没有使用构造子

数据的表示

- 什么是数据（Data）？
  - 其实只需要构造子和选择子的行为是正确的即可
  - 比如，对于有理数而言，如果我们从分子n和分母d构造出了有理数x，那么numer(x)/denom(x)必须等于 n/d

数据的表示

- 数据抽象就是利用构造子和选择子来定义行为！
  - 对于数据表示的实现，只要其行为满足定义，就是一个有效的表示
- 因此，"行为"确定了数据的表示！

Demo

有理数实现为函数

这个函数代表了一个有理数

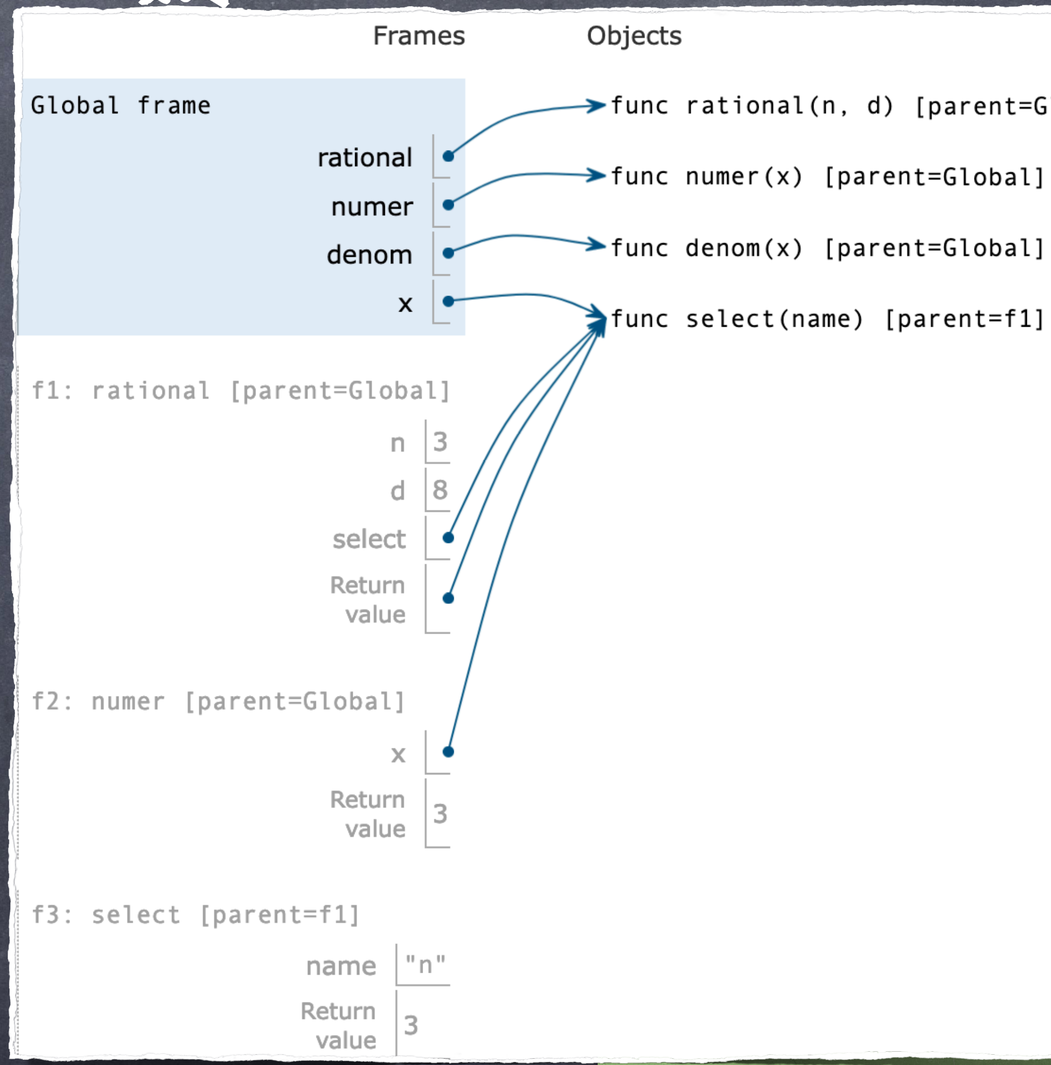
```
def rational(n, d):
    def select(name):
        if name == 'n':
            return n
        elif name == 'd':
            return d
    return select
```

构造子是一个高阶函数

```
def numer(x):
    return x('n')

def denom(x):
    return x('d')
```

选择子调用了x



python tutor

Any questions ?