解释

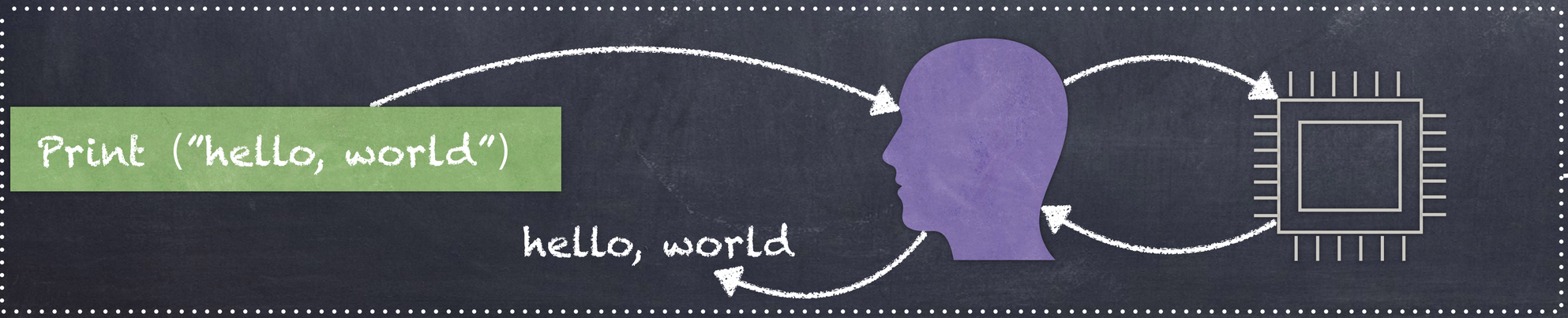
程序语言

- 高级语言
  - Statements and expressions are interpreted by another program or compiled (translated) into another language
    - Provide means of abstraction such as naming, function definition, and objects
    - Independent of hardware and operating system
- 机器语言
  - statements are interpreted by the hardware itself (sequence of 0s and 1s)
    - Instructions invoke operations implemented by the circuitry of CPU
    - no abstraction mechanism

程序语言

- 计算机只理解机器语言，如何让计算机理解高级语言？
  - 翻译为机器语言（编译原理）

  - 利用解释器作为桥梁



Our focus

什么是解释（Interpret）？

- To decide what the intended meaning of something is
  - 比如，我们赋予一个"狗"这个字的意义是某种动物🐶
  - 又比如，对于5 + 4 这样的字符序列，我们想让计算机理解为一个计算的表达式，并最终求值为9

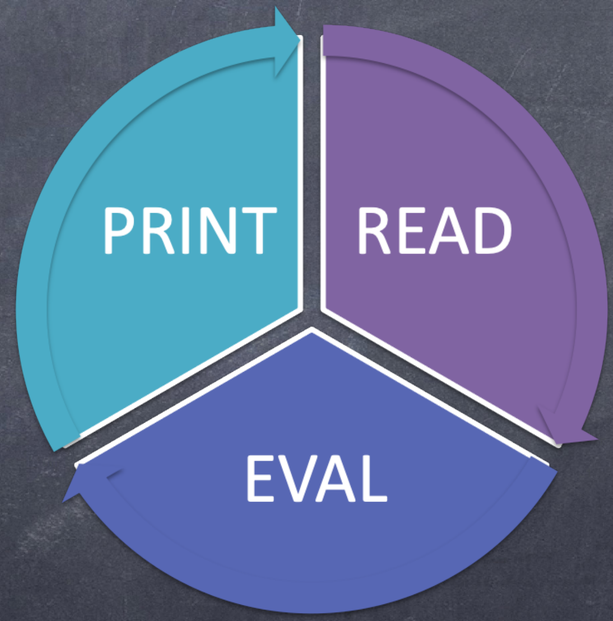
"这不是一个烟斗"
By Magritte

解释器

- 对于一个编程语言而言，一个解释器可以对一个属于该语言的表达式（复合语法规则的字符串）进行求值（赋予意义）

Read-Eval-Print Loop (REPL)

- 很多解释器遵循着如下的基本流程：
  - 读取（Read）用户的输入（并转化为表达式）
  - 求值（Evaluate）表达式
  - 打印（Print）结果
  - 循环（Loop）上述过程直至结束



- 这个流程就是Read-Eval-Print Loop (REPL)

一个简单例子：计算器语言

The calculator language ("Calc")

- 下面我们"创造"一个新的语言叫做"Calc"，并为其实现解释器
  - 这个过程也叫 "Metalinguistic Abstraction"，新创造的语言也被称为"domain-specific languages"
  - 一个新的语言往往有利于更好的描述问题空间（Markdown、DOT、SQL、Unreal...）

The calculator language ("Calc")

```
calc> add(3, 4)
7
calc> add(3, mul(4, 5))
23
calc> +(3, *(4, 5), 6)
29
calc> div(3, 0)
ZeroDivisionError: division by zero
```

The calculator language ("Calc")

- 下面我们将用python (the implementation language) 来实现"Calc" (the implemented language)
- 用一个语言去解释另一个语言是常见的解释器设计方案
  - 比如Python用C解释（Cpython），用Java解释（Jython），甚至用Python解释（Pypy）

Syntax and Semantics of "Calc"

How expressions are structured

Syntax

Calc的两种类型的表达式：

- 基本表达式（primitive expression）就是一个数字
- 调用表达式（call expression）是一个操作符名字，加上括号，括号里是由逗号隔开的操作数列表

Syntax and Semantics of "Calc"

Syntax

- 操作符设定有四种：
  - add(or +)
  - sub(or -)
  - mul(or *)
  - div(or /)
- 这些操作符设定为前缀（prefix）操作符，即放在所有操作数之前

Syntax and Semantics of "Calc"

What do expressions mean

Semantics

我们用"值"来给表达式赋予意义，表达式的值是递归定义的：

- 基本表达式的值就是数字本身（比如，5，3.14等）
- 调用表达式的值就是操作符作用在操作数上的结果：
  - add(or +): 返回所有实参的求和
  - sub(or -): 如果只有一个实参，求值为其负数。否则从第一个实参中减去剩余的实参
  - mul(or *): 返回所有实参的积
  - div(or /): 从第一个实参中除以剩余的实参

使用Read-Eval-Print Loop

```
def read_eval_print_loop():
    while True:
        try:
            expression_tree = calc_parse(input('calc> '))
            print(calc_eval(expression_tree))
        except ...:
            # Error-handling code not shown
```

Read

Parse

Print

Eval

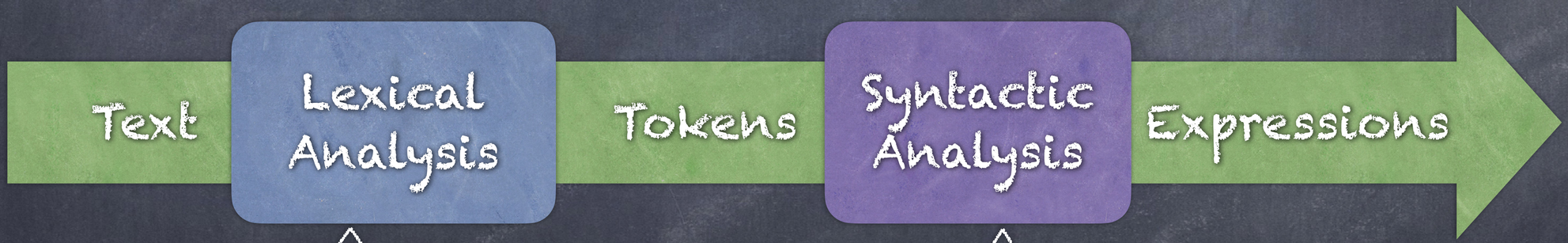
Read

- 读取部分就是简单的讲用户输入的字符串读入到一个变量里
  - 这里input('calc> ')可以在终端打印提示符"calc>"，然后等待用户输入，返回输入的一行

但仅有原始的字符串是不够的，对于计算机而言，一个简单的结构化的表达式更加容易理解，其实人也是一样，句子得划分成合适的主、谓、宾等，太长的句子还不太容易看懂。。。。。。因此我们要进一步对原始的字符串进行"解析"！

Parsing

- 一个解析器（Parser）接受字符串的输入并返回一个表达式
  - 其含有两个主要步骤：词法分析（Lexical Analysis）和语法分析（Syntactic Analysis）



Identify the words:
Divide input string into meaningful tokens, such as integer literals, identifiers, key words.

Derive the structure of sentence:
Converts tokens into a more structured representation (parse tree or expression tree).

Parsing

```
def calc_parse(line):
    tokens = tokenize(line)
    expression_tree = analyze(tokens)
    return expression_tree
```

lexical analysis

Syntactic analysis

```
tokenize('add(2, mul(4, 6))')
```

symbol: name

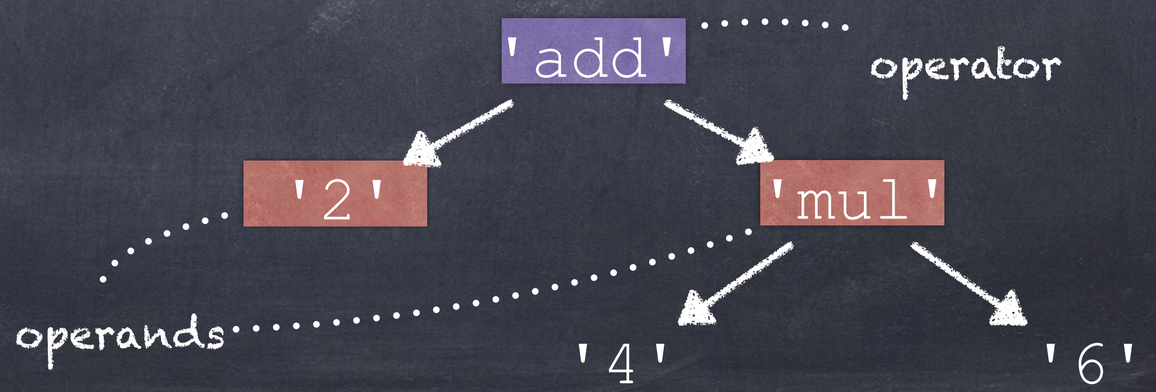
Delimiter

Symbol: Literal

Delimiter

```
['add', '(', '2', ',', 'mul',
 '(', '4', ',', '6', ')', ')']
```

```
['add', '(', '2', ',', 'mul',
 '(', '4', ',', '6', ')', ')']
```



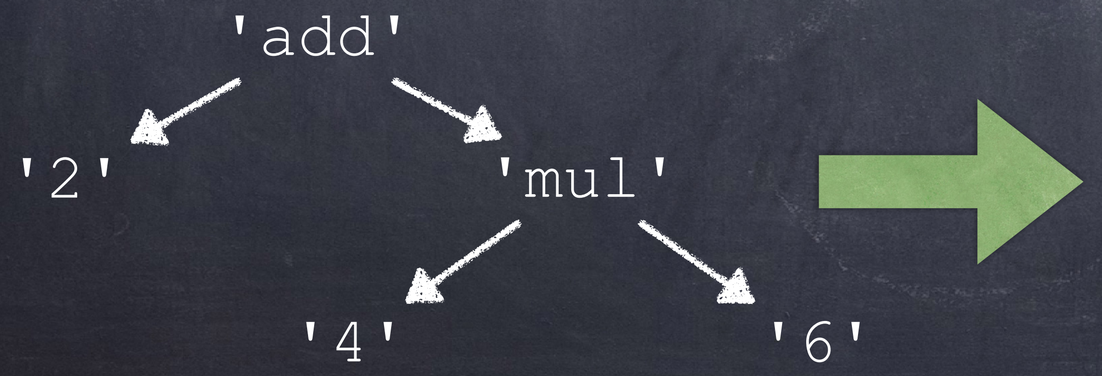
Parsing

- 表达expression

String representing the operator of a Calc expression

```
class Exp:
    def __init__(self, operator, operands):
        self.operator = operator
        self.operands = operands
```

List of either integers, floats, or other (children) Exp trees




```
Exp('add', [2,
            Exp('mul', [4, 6])]
```

回到Read-Eval-Print Loop

```
def read_eval_print_loop():
    while True:
        try:
            expression_tree = calc_parse(input('calc> '))
            print(calc_eval(expression_tree))
        except ...:
            # Error-handling code not shown
```

Read

Parse

Print

Eval

求值（Evaluation）

- 给定一个解析后的表达式（表达式树），Evaluation过程用来求出该表达式的值
- 该过程首先确定表达式的形式，然后根据既定的求值规则来进行求值

求值规则

- 基本表达式直接求值为其所表示的数值
- 调用表达式递归的求值：
  - 对每个操作数进行求值（Evaluate）
  - 将求得的值放到实参的列表上
  - 将操作符作用在实参列表上（Apply）

求值

If the expression is a number, then return the number itself.
Numbers are self-evaluating: they are their own values.

```
def calc_eval(exp):
    if type(exp) in (int, float):
        return exp
    elif type(exp) == Exp:
        arguments = list(map(calc_eval, exp.operands))
        return calc_apply(exp.operator, arguments)
```

Otherwise, evaluate the arguments recursively...

apply the operator on the argument values.

作用（Apply）

```
def calc_apply(operator, args):
    if operator in ('add', '+'):
        return sum(args)
    if operator in ('sub', '-'):
        if len(args) == 1:
            return -args[0]
        return sum(args[0] + [-arg for arg in args[1:]])
    ...
```

define all the behaviors of operators we want Calc to understand

Eval and Apply

- Eval调用了Apply，也递归地调用了Eval自身
- 形成了一个eval-apply cycle
  - 这是程序语言解释器的核心

一个复杂例子：解释一个python的子集语言Py

一个比Calc更加复杂语言Py

- 有了环境
  - 有了变量可以在"记忆"信息，这些变量可以在环境中可访问
  - 函数有参数、函数体、并且知道当被调用时所在的环境
- 有了语句
  - 语句比表达式更加复杂，表达了自身求值、改变环境等操作

REPL For Py

```
def read_eval_print_loop(interactive=True):
    while True:
        try:
            statement = py_read_and_parse()
            value = statement.evaluate(the_global_environment)
            if value != None and interactive:
                print(repr(value))
        except ...:
            ...
```

Read in a statement and produce a Stmt object.

Evaluate the statement we read.
Use the global environment.

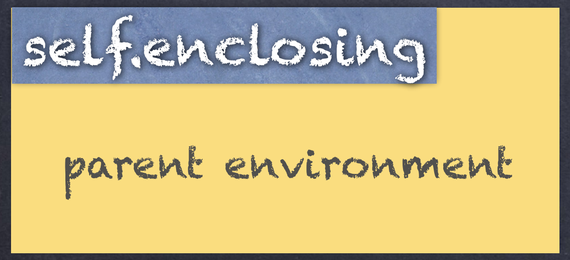
Print the value

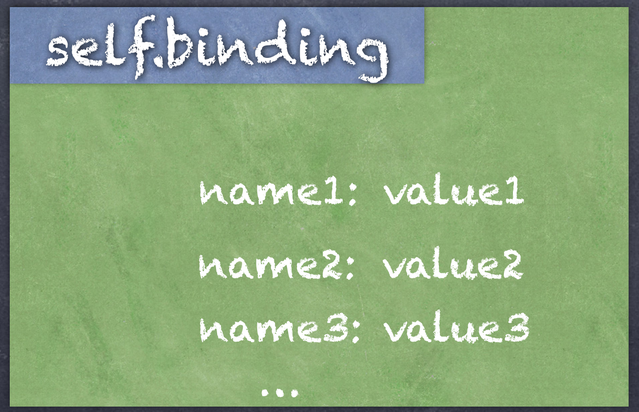
环境（Environment）

- 环境的作用是追踪变量名字和相应的值，以便支持在该环境下的计算。
  - 可以利用字典这样的容器对名字和值进行绑定

Py: Environment

```
class Environment:
    ...
    def __init__(self, enclosing_environment=None):
        self.enclosing = enclosing_environment
        self.bindings = {}
        self.nonlocals = []
    ...
```





Py: Environment

```
class Environment:
    ...
    def is_global(self):
        return self.enclosing is None

    def note_nonlocal(self, var):
        self.nonlocals.append(var)
    ...
```

全局帧没有父帧

标记nonlocal变量（不隶属于当前帧）

Py: Environment

在环境中查找
名字绑定的值

定义了该方法后，可以通过 对象名[var] 来获得相应的属性值

```
class Environment:
    ...
    def __getitem__(self, var):
        if var in self.bindings:
            return self.bindings[var]
        elif not self.is_global():
            return self.enclosing[var]
        else:
            raise ...
    ...
```

先从当前绑定找

否则就往其父帧找（递归）

都找不到，就异常

Py: Environment

在环境中改变
名字绑定的值

如果是nonlocal就到父帧改变值，
否则就改变binding的值

```
class Environment:
    ...
    def set_variable(self, name, value, is_nonlocal=False):
        if is_nonlocal:
            self.enclosing[name] = value
        else:
            self.bindings[name] = value

    def __setitem__(self, name, value):
        self.set_variable(name, value, name in self.nonlocals)
    ...
```

定义了该方法后，可以通过 对象名[name] = value 来设置的属性值

语句（Statement）

- 有多种不同类型的语句
  - 赋值语句：自动对表达式进行求值，并将值绑定到目标名字上
  - 调用语句：对操作符和操作数分别求值，然后将执行Apply
  - 控制语句： 复合语句，包含布尔表达式，语句块，首先对布尔表达式进行求值，根据结果是否对语句块中的语句进行求值

Py: Assign Statement

Create the statement with all of the information that the statement is composed of.

```
class AssignStmt(Stmt):
    def __init__(self, target, expr):
        self.target = target
        self.expr = expr

    def evaluate(self, env):
        env[self.target] = self.expr.evaluate(env)
```

Evaluate this statement in a given environment.

Py: Call Expressions

A call expression has an operator and a series of operands.

```
class CallExpr(Expr):
    def __init__(self, op_expr, opnd_exprs):
        self.op_expr = op_expr
        self.opnd_exprs = opnd_exprs

    def evaluate(self, env):
        func_value = self.op_expr.evaluate(env)
        opnd_values = [opnd.evaluate(env) for opnd in self.opnd_exprs]
        return func_value.apply(opnd_values)
```

Evaluate the operator.

Evaluate the operands

Apply the value of the operator onto the value of the operands.

核心是function对象的apply

构造函数表达

```
class Function:
    def __init__(self, *args):
        raise NotImplementedError()

    def apply(self, operands):
        raise NotImplementedError()

class PrimitiveFunction(Function):
    def __init__(self, procedure):
        self.body = procedure

    def apply(self, operands):
        return self.body(operands)
```

内置的基本函数

Apply就是直接调用相应的procedure，作用在实参之上

内建基本函数

具体的procedure

```
primitive_functions = [
    ("or", PrimitiveFunction(lambda x, y: x or y)),
    ("and", PrimitiveFunction(lambda x, y: x and y)),
    ("not", PrimitiveFunction(lambda x: not x)),
    ("eq", PrimitiveFunction(lambda x, y: x == y)),
    ("ne", PrimitiveFunction(lambda x, y: x != y)),
    ...
]

def setup_global():
    for name, primitive in primitive_functions:
        the_global_environment[name] = primitive
```

调用这个函数可以将这些基本内置函数绑定到全局帧中，从而被其他帧访问

用户定义函数

```
class CompoundFunction(Function):
    def __init__(self, args, body, env):
        self.args = args
        self.body = body
        self.env = env

    def apply(self, operands):
        call_env = Environment(self.env)
        if len(self.args) != len(operands):
            raise TypeError("Wrong number of arguments passed to function!")
        for name, value in zip(self.args, operands):
            call_env[name] = value
        for statement in self.body:
            try:
                statement.evaluate(call_env)
            except StopFunction as sf:
                return sf.return_value
        return None
```

函数包含：参数、函数体、所在环境

当调用时，首先创建一个帧

将实参绑定到形参上

在当前帧中，对函数体内每个语句进行求值

直到返回了什么

用户定义函数

将返回语句和异常实现的主要原因是：抛出异常之后直接终止正常的运行，进入到异常的处理过程，这个方式和返回语句语义相似：一旦遇到retrun 语句，则不再顺序执行下面的代码，而是直接返回值

```
class StopFunction(BaseException):
    def __init__(self, return_value):
        self.return_value = return_value
```

```
class ReturnStmt(Stmt):
    def __init__(self, expr=None):
        self.expr = expr

    def evaluate(self, env):
        if self.expr is None:
            raise StopFunction(None)
        raise StopFunction(self.expr.evaluate(env))
```

返回的表达式

表达式的求值作为函数的返回值

Py: Control Statement

```
class ControlStmt(Stmt):
    def __init__(self, expr, blocks):
        self.expr = expr
        self.blocks = blocks

    def evaluate(self, env):
        var = self.expr.evaluate(env)
        executed = []
        if var:
            executed = blocks[0]
        else:
            executed = blocks[1]
        for statement in executed:
            statement.evaluate(env)
```

控制语句是复合语句，控制表达式和语句blocks

这里是简单的 if else复合语句，如果有更多的elif，则需要更多的处理

Summary until now

- 我们实际上是用"python的程序语句"来表达对象语言（我们自己定义的语言）的语义
- 这种表达语义的方式就是操作语义（"Operational Semantics"），即描述语言是如何执行的

注意：实际的操作语义是更加形式化的数学语言描述

抽象解释（Abstract Interpretation）

具体语义的问题

- 程序的具体语义形式化了程序在所有可能环境中的所有可能的执行。
  - 比如：

```
unsigned int a = input();
a = a+1
```

```
a = 0 → a = 1
a = 1 → a = 2
a = 2 → a = 3
a = 3 → a = 4
a = 4 → a = 5
……
```

具体语义的问题

- 对于一个具体的操作语义而言，可以将程序的执行看成是"状态"（即程序的变量构成的环境）的不断迁移的过程（如何迁移为具体语义定义）
- 由于输入的无限可能，执行的Trace也有无数可能（对于一个具体输入，Trace也可能无限长，即不停机）

具体语义的问题

- 然而对于这种具有无限的踪迹的语义来说，很多关于程序的不平凡的问题都没有答案
  - 比如全停机问题：程序在任何可能输入下会终止吗？
- 更一般地，我们关心一些有关程序的安全性的问题
  - 所谓的安全性就是：安全性："没有坏事发生"，具体的安全性与具体的"坏事"相关，比如：不可终止、空指针解引用、数组越界等
    - 安全性要求执行中的任何有限步骤内都保持这个性质。

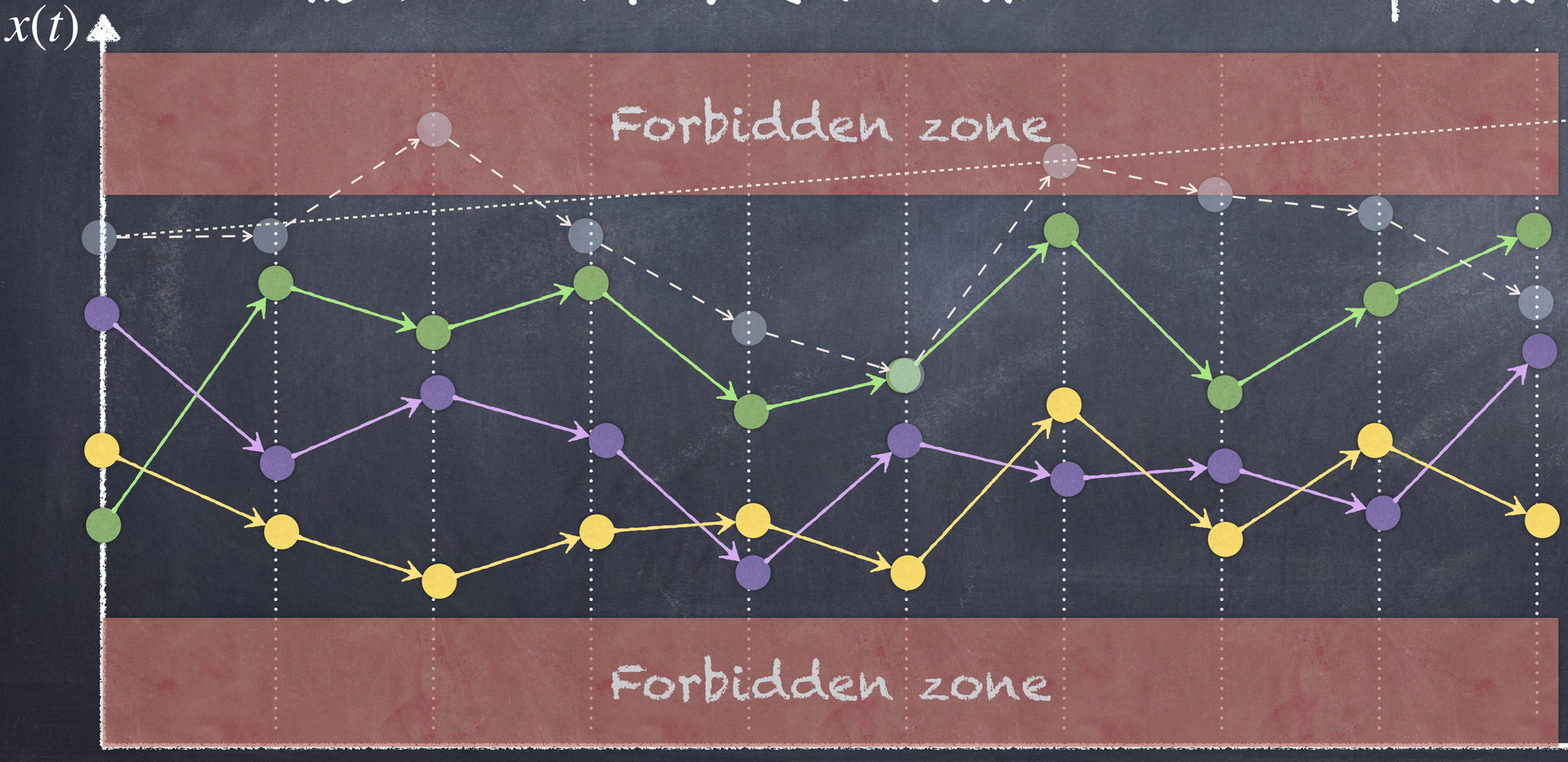
具体语义的问题

- 一个直观的图示（我们可以将不安全的状态集合建模成forbidden zone）

程序是否会进入forbidden zone就是一个不可判定问题！

测试能解决这个问题吗？

- 不能，测试本身是具体语义上的sample技术

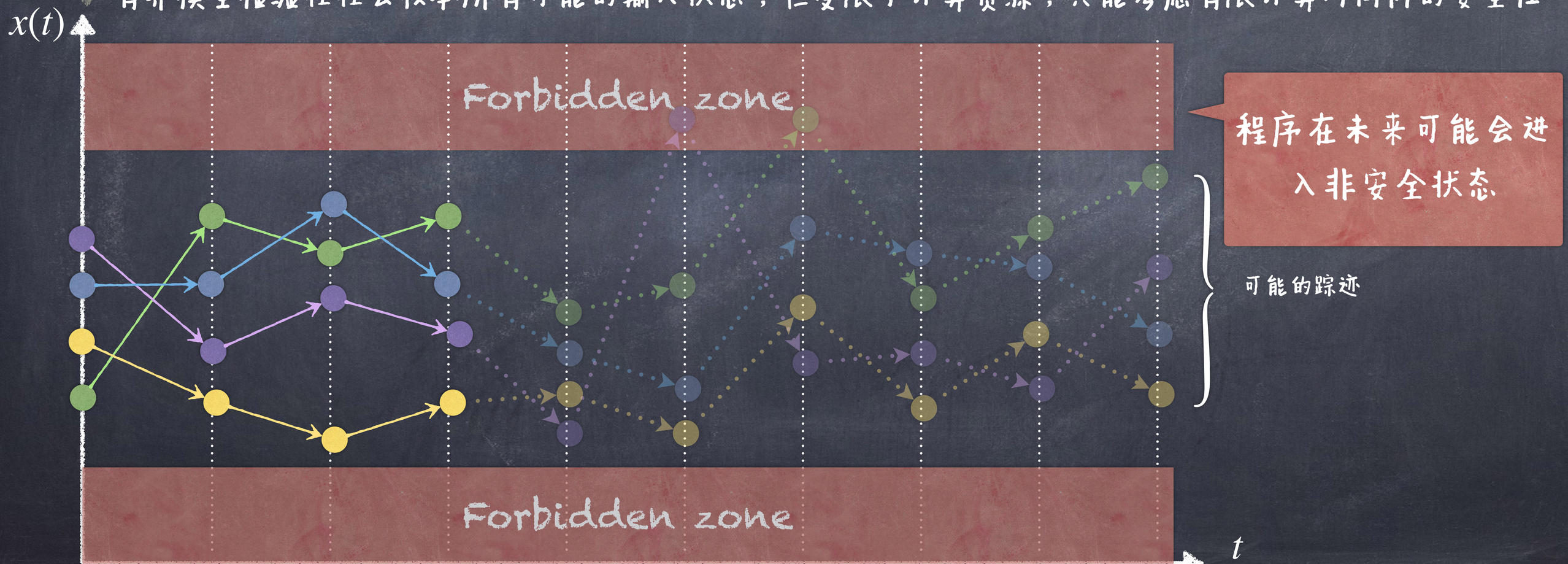


漏掉一些可能会造成非安全状态的输入！

可能的踪迹

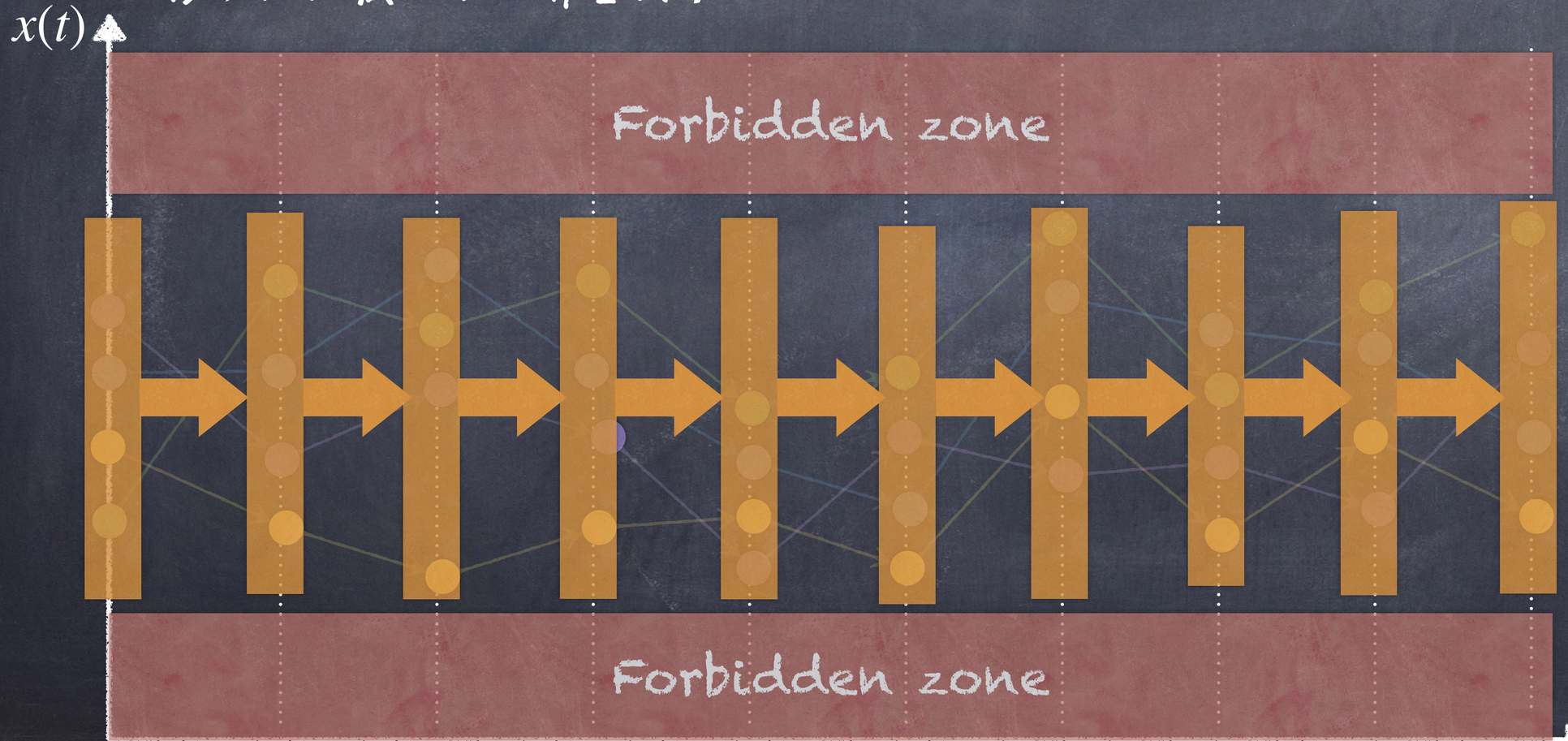
有界模型检验

- 有界模型检验（Bounded Model Checking）也不行
  - 有界模型检验往往会枚举所有可能的输入状态，但受限于计算资源，只能考虑有限计算时间内的安全性



抽象解释

- 赋予语句抽象语义：利用抽象的域来替代无限的输入，状态的迁移变成了抽象域的迁移，大大减少了计算空间！



这个抽象域的映射必须是"过近似"的：如果在抽象域上没有违背安全性，那么具体语义就不会违背安全性

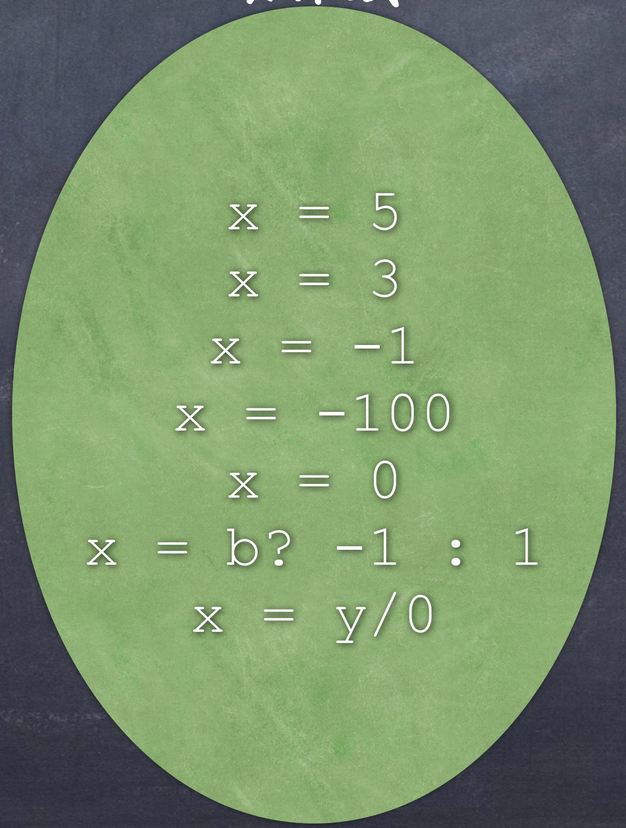
例子

- 给定一个程序，判定程序中所有数字变量的正负性（正数、负数、或者0）
  - 这个问题是有意义的
    - 比如支付宝里始终要余额大于等于0才能让交易进行
    - 比如不能出现除0错误
    - 比如可以用无符号数去存储那些正数（优化底层内存的操作）
    - 比如c语言里数组的index不能是负数

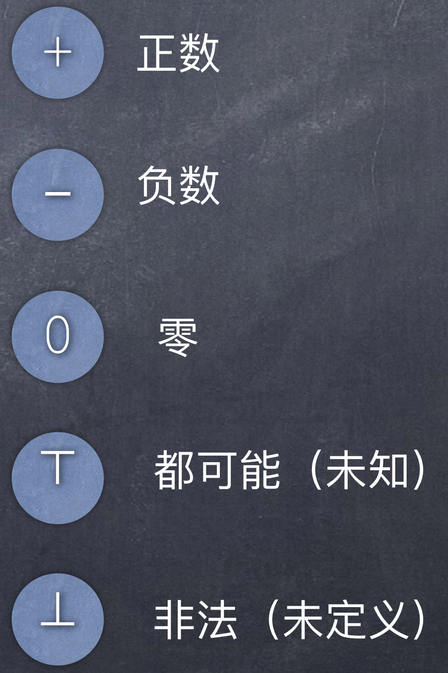
例子

- 抽象语义：
  - 抽象域

具体域

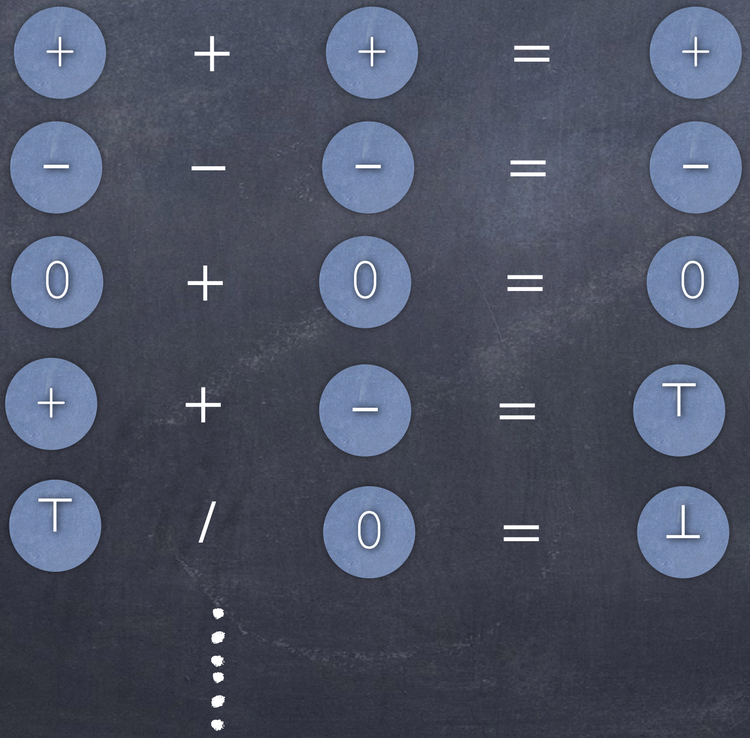


抽象域



例子

- 抽象语义：
  - 迁移函数：表达如何在抽象域上进行"求值"



例子

```
a = 5;
b = -3;
c = a * b;
d = 0;
e = c * d;
f = 10 / e;
g = a + b;
```

```
a = +;
b = -;
c = -;
d = 0;
e = 0;
f = ⊥;
g = T;
```

Any questions ?